Софийски университет
„Св. Климент Охридски“

Физически факултет

Катедра „Теоретична физика“

Метаматериали: свойства, класификация, приложения

Дипломна работа за придобиване на образователно-квалификационна степен ***„бакалавър“***

Дипломант:
Илиана Николаева Павлова
специалност Физика, фак. № 60222

Научен ръководител:
гл. ас. д-р Андон Рангелов

Научен консултант:
доц. д-р Пламен Данков

гр. София, 2015

Съдържание

Списък на фигурите **5**

1 Увод **7**

2 Зараждане на идеята за метаматериали и първи проучвания в областта **8**
2.1 Ранни проучвания 8
2.2 Изкуствените диелектрици на 20-ти век 10
2.3 Изобретяването на метаматериалите 10

3 Класификация и теория **13**
3.1 Теория 14
3.2 Класификация 15

4 Класически задачи за метаматериали с лява тройка **18**
4.1 Обърнат закон на Снелиус 18
4.2 Перфектно възпроизвеждане на изображения и суперлещи 19
4.2.1 Двойно фокусиране на предмет с плоска квадратна леща от метаматериал с $n < 0$ 19
4.2.2 Получаване на образ от обект с размери под дължината на вълната – суперлещи 20
4.3 Обърнат ефект на Доплер 21
4.3.1 В класическата физика 22
4.3.2 В релативистката физика 22
4.4 Обърнат ефект на Черенков 24

5 Модели и основни елементи при реализацията на метаматериали **26**
5.1 Модел на Лоренц 26
5.2 Модел на Друде за метали 27
5.3 Основни елементи при изграждането на метаматериали 28

6 Нелинейни метаматериали **32**
6.1 Извеждане на вълновото уравнение за разпространение на електромагнитна вълна в нелинейна среда 32
6.2 Нелинейности от втори порядък (смесване на три вълни) 35
6.2.1 Частен случай - генериране на втора хармонична в метаматериал 35
6.2.2 Общ случай - смесване на три вълни в метаматериал 36

6.3 Нелинейности от трети порядък (смесване на четири вълни) 38

7 Заключение **42**

8 Библиография **43**

Списък на фигурите

2.1 Тази Z антена, тествана от NIST, е по-малка от стандартна антена със сравними свойства. Високата ѝ ефективност се постига със Z елемента (в квадрата), който действа като метаматериал – значително усилва излъчения сигнал. Квадрата е със страна 3 cm. 9
2.2 В ляво – обикновен материал, със своите атоми; в дясно – метаматериал, с изкуствено изработени „атоми“. 9
2.3 Метаматериал с отрицателен показател на пречупване за микровълни. Целият масив се състои от 3x20x20 единични клетки с външни размери 1x10x10 cm. 10
2.4 F-117 атакуващ самолет по stealth технологията. Stealth технологията е под раздел на военните тактики и пасивните електронни контрамерки, който обхваща набор от техники, използвани в самолети, кораби, подводници, ракети и спътници, с цел да ги направи по-малко видими (или невидими) за радари, термографски камери, сонари и други методи за откриване. 11
2.5 Резонатори с разцепени пръстени – първите магнитни метаматериали. 11

3.1 ε, μ диаграма. 13
3.2 Естествени и изкуствени фотонни кристали. 16
3.3 Ос, показваща отношението на константата на решетката към дължината на вълната и разположението на различните материали върху нея. 16
3.4 Ориентация на векторите характеризиращи електромагнитна вълна в среди с положителен и отрицателен показател на пречупване. 17

4.1 Пречупване на границата въздух – ляв метаматериал. От ляво е означена посоката на разпространение на енергетичния поток, а от дясно – посоката на вълновия вектор. 18
4.2 Симулация на образ, демонстрираща обърнатия закон на Снелиус. . . 19
4.3 Рибата, плуваща във флуид с отрицателен показател на пречупване, за външен наблюдател ще изглежда все едно плува във въздуха над течността. 19
4.4 При преминаването на вълната през метаматериал с n<0, тя се фокусира 2 пъти – първия вътре, а втория извън нея. 20
4.5 От ляво – преминаване на електромагнитна вълна през обикновена леща, от дясно – преминаване през леща от ляв метаматериал. 20

4.6 Експеримент осъществен от Nickolas Fang и сътрудници през 2005 г. [17] с 40 нанометрова сребърна суперлеща. a) обект, b) и d) образ, получен със суперлещата и неговото замъгляване, c) и e) образ, получен с конвенционална система и неговото замъгляване. 21
4.7 Илюстрация на ефекта на Доплер при звукови вълни. 21
4.8 a) нормален Доплеров ефект, b) Доплеров ефект в ляв метаматериал [18] 23
4.9 Постановка на задачата за обърнат ефект на Доплер в релативистката физика 24
4.10 Прав и обърнат ефект на Черенков 24

5.1 Реална и имагинерна част на диелектричната проницаемост от честотата в модела на Лоренц. 28
5.2 Реална и имагинерна част на диелектричната проницаемост от честотата в модела на Друде. 29
5.3 a) резонатори с разцепени пръстени (РРП), който могат да бъдат считани за еквивалентни магнитни диполи – дават отрицателна магнитна проницаемост, b) линия от метални (например медни) жици – отрицателна диелектрична проницаемост, c) допълващи (complementary) РРП – еквивалентни електрични диполи ($\varepsilon < 0$), d) прорезни линии – магнитни диполи. 30
5.4 Резонатор с разцепени пръстени в комбинация с линия от метални жици. Електричното поле е успоредно на жиците ($\varepsilon < 0$), а магнитното пробожда пръстените ($\mu < 0$). 30
5.5 a) mushroom structure b) прорезни линии и допълващи резонатори с разцепени линии – използва се за широколентови филтри 31

6.1 Генериране на втора хармонична. С плътната линия е изобразено основното ниво на атом, а с пунктираните – виртуалните нива [24] . . . 35
6.2 Генериране на сумирана честота. а)геометрия на взаимодействието, б)енергетични нива на процеса [24] 36
6.3 Комплексни амплитуди на поляризацията за положителните честоти ($P(\omega_n)$) при нелинейност от трети порядък [24]. 39
6.4 Два възможни процеса при взаимодействие на три падащи вълни върху нелинейна среда, описвана с възприемчивост от трети порядък. а) $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \omega_4$, б) $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$. 40
6.5 Всеки източник излъчва кохерентно лъчение в двете посоки, което придобива фаза, пропорционална на показателя на пречупване, по време на движението си през средата. Ако процеса не е със синхронизирани фази, това води до деструктивна интерференция A) и C). При нулев показател на пречупване, излъчените вълни не придобиват фаза, което осигурява конструктивна интерференция и усилване на сигнала в двете посоки B) и D)[25]. 41

1. Увод

Известният автор на научна фантастика Артър Кларк веднъж отбелязва, „Всяка достатъчно напреднала технология е неразличима от магия.“

Ако това твърдение съдържа някаква истина, то новоразвиващата се област на метаматериалите трябва да бъде класифицирана като „достатъчно напреднала технология“. В последните години метаматериалите зашеметяват дори и учените със своите възможности и перспективи за приложение.

Метаматериалите всъщност нямат магически свойства, а са резултат от наука, която изисква огромно количество знания и контрол върху електромагнитните явления и други физически характеристики на материалите [3].

Бегла представа, за същността на метаматериалите може да се добие от значението на тяхното име, а именно представката мета ($\mu\varepsilon\tau\alpha$) от гръцки означава „отвъд“. Най-широко разпространената дефиниция е - структура от изкуствени елементи, наподобяваща кристална решетка, разработена, за да постигне допълнителни и необикновени електромагнитни свойства, „отвъд“ наблюдаваните до този момент в природата [4] или трудно постижими. Свойствата на метаматериалите не произхождат от тези на изграждащите ги материали, а от самата подредба – форма, геометрия, размери и ориентация. Основното, на което се набляга в дефиницията е, че това са структури от изкуствено създадени елементи, докато получените свойства могат да бъдат достижими и с обикновени материали, налични в природата.

Моделирането структурата на метаматериала позволява управлението на електромагнитни вълни чрез взаимодействието му с тях, а това дава тласък на развитието на недостъпни до този момент области. Например чрез видима светлина ($\lambda \in 400 - 750\, nm$) не може да се получи картина на структурата на атомите, поради много по-малкото разстояние между тях (от порядъка на ангстрьом). Този проблем налага използването на осреднено описание известно като теория на ефективната среда, от където и произтича идеята за метаматериалите – среда съставена от изкуствени атоми, много по-големи от реалните, но все пак значително по-малки от дължината на използваната вълна [3].

Настоящата дипломна работа се занимава с възникването, теоретичното описание, класификацията, моделите за изработка, приложенията и нелинейности на този нов тип материали, както и с феномени като отрицателен коефициент на пречупване, обратен ефект на Доплер и Черенков, суперлещи, резонатори с разцепени пръстени и др.

2. Зараждане на идеята за метаматериали и първи проучвания в областта

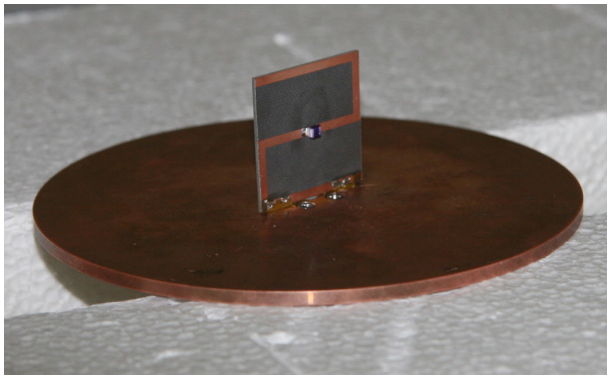
В последните години се наблюдава засилен интерес от страна на научната общност към изучаването на метаматериалите. Според някои източници терминът „метаматериали“ за пръв път е споменат през 2000 г., когато групата на Smith публикува своята работа свързана с конструирани материали с едновременно отрицателни диелектрична и магнитна проницаемост на микровълнови честоти [5]. Според други – това понятие е измислено малко по-рано през 1999 г. от Roger M. Walser, професор по физика в Тексаския университет. Независимо от годината и мястото на появата му, този термин придобива все по-широка употреба, доказателство за което са многобройните публикации по темата и близо 600 000-те резултата от търсене в Google.

Историята на метаматериалите започва с развитието на изкуствените диелектрици в радарната микровълновата технология още след Втората световна война. С развитието на материалознанието се разработват фотонните материали (фотонни кристали), които използват светлинния фотон като фундаментален носител на информация. В началото на новото хилядолетие идва и доказателството за принципа на функциониране на метаматериалите с отрицателен коефициент на пречупване в микровълновия обхват на 10.5 GHz. Около шест години по-късно следва първото доказателство на принципа за прикритието на метаматериалите (екраниране на електромагнитни вълни) също в микровълновия диапазон. Въпреки това, за прикритието на обекти в целия електромагнитен спектър се говори все още с бъдеще време.

Постигнато до тук развитие е в антени и микровълнови лещи от метаматериали за миниатюрна безжична антенна система, които са много по-ефективни от техните конвенционални аналози (Фигура 2.1). Също така антените от метаматериали са търговски достъпни, а фокусирането под дифракционния минимум със суперлещи е част от съвременните изследвания [6].

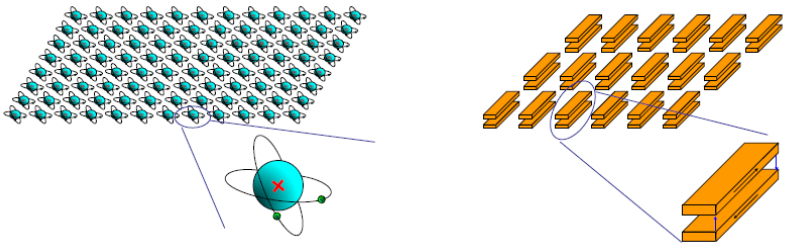
2.1 Ранни проучвания

Историята на метаматериалите може да има множество стартови точки в зависимост от разглежданите свойства. Ранните „вълнови проучвания“ започват през 1904 г. и продължават повече от четвърт век, като се занимават с връзката между фазовата и груповата скорост и – между вълновия вектор и вектора на Пойнтинг.



Фигура 2.1: Тази Z антена, тествана от NIST, е по-малка от стандартна антена със сравними свойства. Високата ѝ ефективност се постига със Z елемента (в квадрата), който действа като метаматериал – значително усилва излъчения сигнал. Квадрата е със страна 3 cm.

През 1904 Horace Lamb и Arthur Schuster забелязват възможността за отрицателна фазова скорост, придружена с анти-паралелна групова скорост [7,8], но и двамата мислят, че реализирането на този феномен на практика е невъзможно. H. C. Pocklington също изучава ефекти свързани с отрицателна групова скорост през 1905 г. [9]. В повече детайли по темата навлиза Leonid Mandelstam, в своите разработки през 1945 г. [10]. Той също така е свързван и с изследването на електромагнитните характеристики на материали, демонстриращи отрицателно пречупване, както и с концепцията за left handed medium (LHM). Mandelstam отбелязва, че подобни феномени се случват в кристална решетка, което може да се счита значимо, тъй като метаматериалите са структури, наподобяващи кристална решетка, но изработена от човешка ръка (Фигура 2.2).

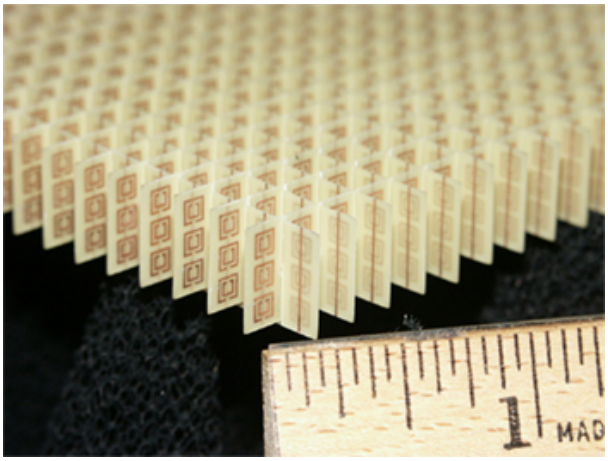


Фигура 2.2: В ляво – обикновен материал, със своите атоми; в дясно – метаматериал, с изкуствено изработени „атоми“.

V. E. Pafomov (1959 г.), както и няколко години по-късно, екипът на V. M. Agranovich и V.L. Geinzburg (1966 г.) докладват за отражение от отрицателни диелектрична проницаемост, магнитна проницаемост и групова скорост в своите изследвания на кристали и екситони.

Трудът на V.G. Veselago от 1968 се счита за теоретичната основа, от която започва изследването на метаматериалите [11]. Физичните експерименти започват едва 33 години след публикуването на работата поради липсата на налични материали и достатъчна изчислителна мощност. Veselago също е прогнозирал редица електромагнитни явления, които биха били обърнати, включително показателят на пречупване.

Развитието на нанотехнологиите и технологиите, позволяващи получаването на образи под дължината на вълната, позволяват изследванията да бъдат насочени към оптичния диапазон [6].



Фигура 2.3: Метаматериал с отрицателен показател на пречупване за микровълни. Целият масив се състои от 3x20x20 единични клетки с външни размери 1x10x10 cm.

2.2 Изкуствените диелектрици на 20-ти век

Множество от историческите изследвания на метаматериалите са обусловени от проучвания, свързани с антенното оформяне на снопове в рамките на микровълновата техника, точно след Втората световна война. В пионерните работи с изкуствени диелектрици в микровълновата техника изпъкват имена като Winston E. Kock, Seymour Cohn, John Brown и Walter Rotman.

Учените, занимаващи се с изкуствени диелектрици, имат своя идеен принос в практическата реализацията на метаматериалите. Периодичните изкуствени структури са предложени от Kock, Rotman и Sergei Schelkunoff, като последният през 1952 г. предлага и магнитни частици, направени от капацитивно натоварени линии като средство за постигане на висока диелектрична проницаемост.

От своя страна Kock изследва свойствата на частици с различна геометрична форма, които могат да бъдат изолирани или да участват в повтаряща се структура под формата на масив. Той забелязва, че те обособяват диелектрична среда, чиито оптични свойства зависят единствено от геометричната им форма и разстоянията между тях. Друго наблюдение, което прави е, че диелектричната и магнитната им проницаемост могат да бъдат „настройвани“ с произволни стойности (включително отрицателни), но не независимо една от друга. Впечатляващо, те могат да бъдат и отрицателни, което се превръща в основно постижение, разграничаващо модерните метаматериали (Фигура 2.3) [6].

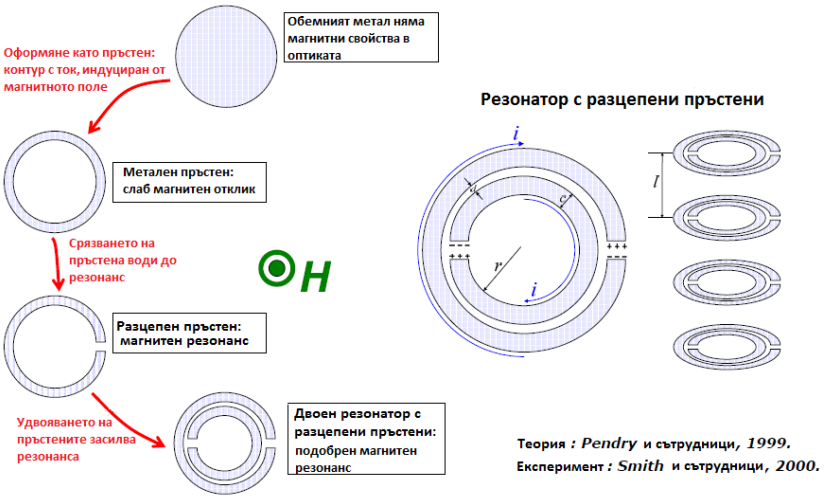
2.3 Изобретяването на метаматериалите

От много време е известно, че поведението на материалите може да бъде променяно по химичен път. В края на 20-ти век, обаче, това схващане е разширено от John Pendry, който открива, че свойството на въглерода, използван в Stealth технологията (Фигура 2.4), да абсорбира радиация, не произлиза от молекулната или химическата структура на материала, а от физическата му форма – дълги и тънки въглеродни

Фигура 2.4: F-117 атакуващ самолет по stealth технологията. Stealth технологията е под раздел на военните тактики и пасивните електронни контрамерки, който обхваща набор от техники, използвани в самолети, кораби, подводници, ракети и спътници, с цел да ги направи по-малко видими (или невидими) за радари, термографски камери, сонари и други методи за откриване.

нишки. Идеята е, че вместо химично да се променя материала, с цел постигане на нови свойства, това може да се постигне с промяна на вътрешната структура на много фин мащаб (по-малък от дължината на вълната на приложената електромагнитна радиация).

Следващата цел на физика била, използвайки същата концепция, да промени магнитните свойства на немагнитен материал, който не може да се намагнитва. Медта е такъв материал. Pendry си представял изграждането на материал, който ще имитира движенията на електроните, обикалящи около атомите и размери по-големи от атома, но все пак по-малки от дължината на облъчващата радиация. През 90-те години на 20в. Pendry и колективът му разработват последователно повтарящи се тънки жични структури, аналог на кристална решетка, които разширяват обхвата на диелектричната проницаемост [12]. Още по-революционна структура, разработена от същия екип, е структурата с разцепени пръстени за контрол на магнитната проницаемост, макар и работеща само на микровълнови честоти. Тези периодично повтарящи се пръстени, конструирани от немагнитни компоненти, разширяват материалните магнитни параметри до отрицателни стойности (Фигура 2.5).



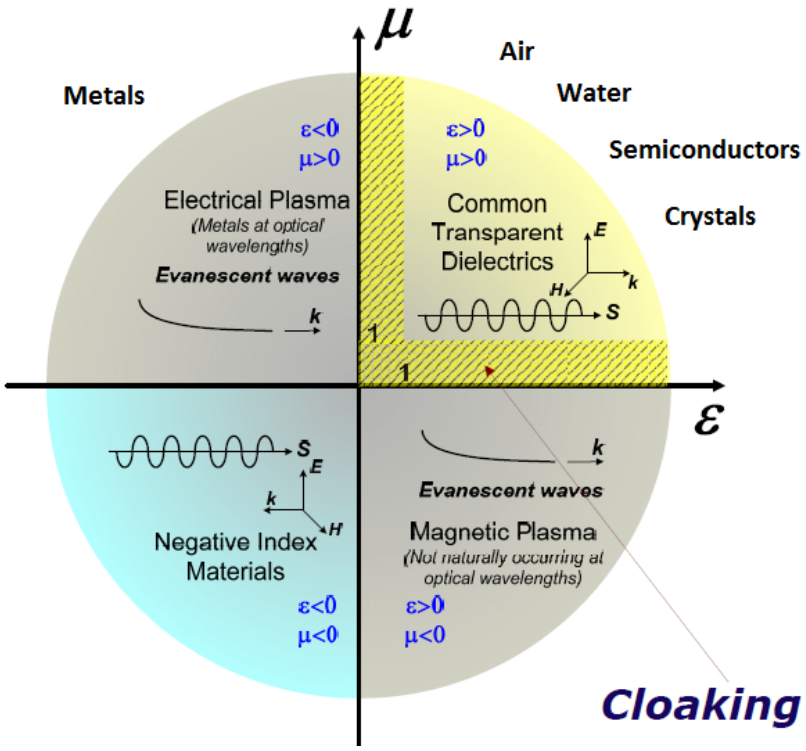
Фигура 2.5: Резонатори с разцепени пръстени – първите магнитни метаматериали.

През 2000 г. екип от UCSD учени произвежда и демонстрира метаматериали със необикновени физични свойства, ненаблюдавани до сега в природата. Тези мате-

риали се подчиняват на физичните закони, но се държат различно от нормалните материали. По-точно казано, те притежават отрицателен показател на пречупване и могат да обръщат много от физичните свойства, управляващи поведението на нормалните материали [6, 13].

3. Класификация и теория

Откликът на една система, при въздействие на външно електромагнитно поле, се определя от свойствата на участващите в нея материали. От своя страна, те се описват чрез дефиниране на макроскопичните параметри - диелектрична и магнитна проницаемост на материала. Подобно описание може да бъде използвано за класификация на метаматериалите, представена графично на (Фигура 3.1).



Фигура 3.1: ε, μ диаграма.

На ε, μ диаграмата (Фигура 3.1) са изобразени реалните части на диелектричната и магнитната проницаемост, които дават информация за силата на реакцията на материала съответно към електричната и магнитната компонента на електромагнитна вълна. Имагинерните части на ε и μ, които отговарят за загубите, не са отчетени тук, като са приети за пренебрежимо малки [14].

Разглеждането на особеностите на всеки квадрант от графиката изисква използването на някои зависимости като уравненията на Максуел, връзката между интензитет $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$ и индукция $(\mathbf{B}, \mathbf{D})$ на електричното и магнитното полета, дефиницията на показател на пречупване и връзката между скоростта на светлината и свойствата

на материала, тъй като в тях участват ε и μ.

3.1 Теория

Показателят на пречупване се дефинира като отношението на скоростта на светлината във вакуум към фазовата скорост на светлината в дадена среда.

$$n = \frac{c}{v}\,; \tag{3.1.1}$$

От вълновото уравнение скоростта на светлина във вакуум има вида:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}\,, \tag{3.1.2}$$

а в материал:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}\,, \tag{3.1.3}$$

където ε_0 и μ_0 са диелектричната и магнитната проницаемост на вакуум, а ε и μ – на материала.

Уравнения (3.1.1) – (3.1.3), заедно с връзките $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ и $\mu = \mu_r \mu_0$, дават за показателя на пречупване:

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}\,, \tag{3.1.4}$$

където ε_r и μ_r са относителните диелектрична и магнитна проницаемост.

Във формула (3.1.4) участва произведението на двете характеристики на средата, а за да е възможен пълен анализ на свойствата на материалите са необходими зависимости, в които ε и μ участват самостоятелно – уравненията на Максуел.

В област без заряди ($q = 0$) и без токове ($\mathbf{J} = 0$), уравненията на Максуел имат вида:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0\,, \tag{3.1.5а}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\,, \tag{3.1.5б}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0\,, \tag{3.1.5в}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\,; \tag{3.1.5г}$$

Структурните формули свързващи магнитната индукция $\mathbf{B}$ с интензитета на магнитното поле $\mathbf{H}$ и индукцията на електричното поле $\mathbf{D}$ с неговия интензитет $\mathbf{E}$ са представени отдолу.

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}\,, \tag{3.1.6}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}\,; \tag{3.1.7}$$

За плоска монохроматична вълна от вида:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}\,, \tag{3.1.8}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}\,, \tag{3.1.9}$$

Уравнения (3.1.5б),(3.1.5г) – (3.1.7) се свеждат до:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \frac{\omega}{c}\mu\mathbf{H}\,, \tag{3.1.10}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\frac{\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E}\,, \tag{3.1.11}$$

използвайки, че ако $\mathbf{A}$ е вектор от вида: $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$,то

$$(\nabla \times \mathbf{A})_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = (ik_y A_z - ik_z A_y) = i(k \times A)_x\,, \tag{3.1.12а}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = i(\mathbf{k} \times \mathbf{A})\,; \tag{3.1.12б}$$

Последната величина, имаща отношение към класификацията на материалите, която ще бъде дефинирана, е векторът на Пойнтинг $\mathbf{S}$. Той дава информация за енергията преминала за единица време през единица площ, перпендикулярна на направлението на разпространение на вълната.

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}\,; \tag{3.1.13}$$

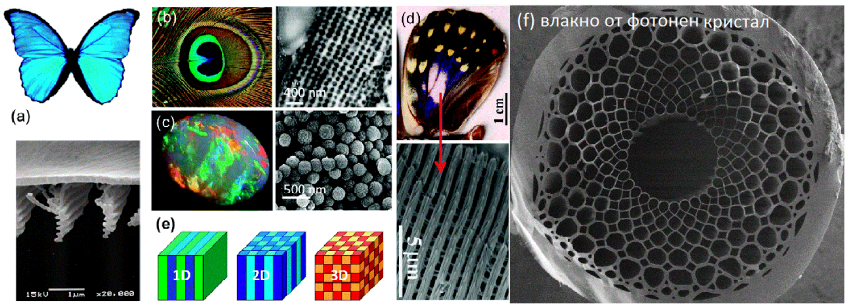
3.2 Класификация

Цялостната класификация на материалите е възможна с помощта на дефинираните величини и изведените зависимости в предходната част, както и на ε, μ диаграмата. Основните уравнения, които ще бъдат използвани при разглеждането са (3.1.4),(3.1.10) – (3.1.11),(3.1.13).

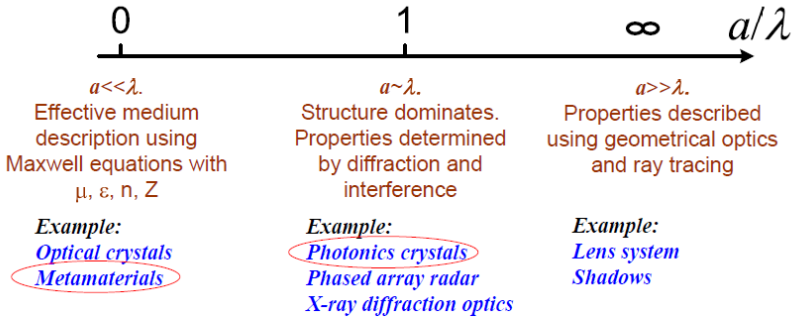
Повечето известни в природата материали попадат в първи квадрант на диаграмата, където реалните части на ε и μ са положителни. Такива са въздух, вода, кристали, полупроводници и др. При положителни ε и μ, от уравнение (3.1.4) следва, че показателят на пречупване n е реално число. Това води нормално разпространение на електромагнитните вълни в такива материали – те са прозрачни. В такава среда са възможни малки загуби, но вълната изминава значително разстояние преди да затихне.

Нещата значително се променят ако някой от параметрите на средата е отрицателен. Показателят на пречупване се определя като корен от отрицателно число, което е го прави комплексен. Поради това, в такава среда електромагнитните вълни затихват. Пример за такива материали са металите ($\varepsilon < 0$, $\mu > 0$), където електромагнитните вълни затихват бързо, което ги прави непрозрачни. Друг тип материали от тази област са фотонните кристали (Фигура 3.2) - $\varepsilon > 0$, $\mu < 0$. Те могат да бъдат естествени или изкуствени. Имат константа на решетката сравнима с дължината на вълната, което поражда явления като интерференция и дифракция, определящи свойствата им (Фигура 3.3).

Последната възможна комбинация е $\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$. Този квадрант за сега се заема само от изкуствени материали - метаматериалите, които поради тези отрицателни стойности притежават множество интересни свойства. На първо място, произведението на две отрицателни числа дава положително, следователно показателят на пречупване ще е реален и вълната в такава среда няма да затихва. Съществува и



Фигура 3.2: Естествени и изкуствени фотонни кристали.



Фигура 3.3: Ос, показваща отношението на константата на решетката към дължината на вълната и разположението на различните материали върху нея.

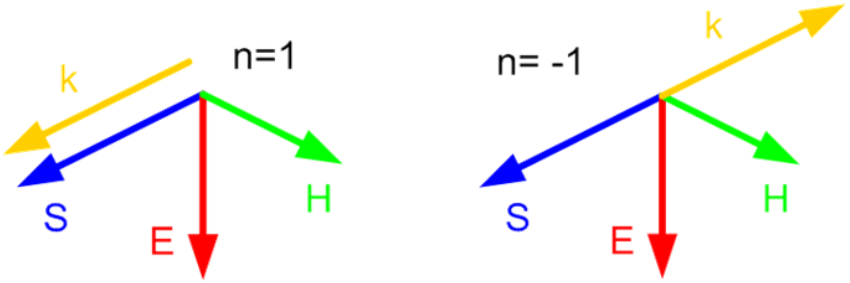
друга особеност, в този квадрант показателите на пречупване ще са отрицателни. За пример, нека $\varepsilon = -1$ и $\mu = -1$, тогава:

$$n = \sqrt{-1}\sqrt{-1} = i^2 = -1\,; \tag{3.2.1}$$

Във формули (3.1.10) и (3.1.11), ако $\mu < 0$ и $\varepsilon < 0$ следва, че $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ и $\mathbf{k}$ ще образуват лява тройка - вълновият вектор $\mathbf{k}$ ще е в противоположна посока на $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ (Фигура 3.4). Последното векторно произведение дефинира вектора на Пойнтинг, който определя посоката на разпространение на енергията. Следователно, ако показателят на пречупване е отрицателен, потокът на енергия и фазовата скорост ще са в противоположни посоки. Точно такъв е случаят в среди с големи загуби – вълната се разпространява в една посока ($\mathbf{k}$ или $\mathbf{v}_{ph}$), а енергията в обратна ($\mathbf{S}$ или $\mathbf{v}_{gr}$). За такива материали по-нататък ще бъдат използвани изрази като леви метаматериали или метаматериали с лява тройка.

До сега бяха разгледани истинските метаматериали, които се намират в трети квадрант на ε, μ диаграмата, наричани още двойноотрицателни среди. Понякога се говори за друг тип метаматериали – едноотрицателни, които се делят на електрически метаматериали - с отрицателна диелектрична проницаемост и магнитни метаматериали - с отрицателна магнитна проницаемост. Съществуват и двойноположителни метаматериали, в което се набляга на факта, че са изградени от изкуствени атоми, много по-големи от нормалните, но с константа на решетката значително по-малка от дължината на използваната вълна.

В диаграмата на (Фигура 3.1) съществува още една интересна област, която зас-



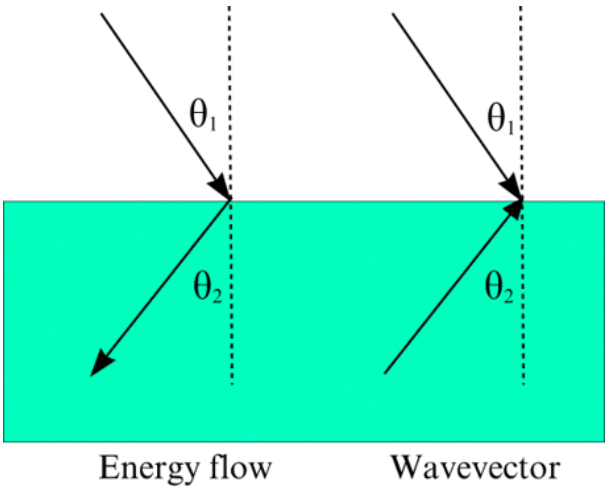
Фигура 3.4: Ориентация на векторите характеризиращи електромагнитна вълна в среди с положителен и отрицателен показател на пречупване.

лужава внимание. Това е защрихованата област в първи квадрант, където показателят на пречупване е между нула и единица. Материалите, които я заемат, отново носят представката мета в името си, поради това че са изкуствени и притежават свойства „отвъд“ достижимите с обикновени материали. В последната глава ще бъде използван материал, точно от тази област, с нулев показател на пречупване (zero-index metamaterial).

Трансформационната оптика е делът, който се занимава с особеностите, възникващи при тези условия. Когато е възможно манипулирането на показателя на пречупване между 0 и 1, тогава се постига контрол върху разпространението на вълните. Пример за интересните свойства възникващи в тази област е правенето на обекти невидими, т.е. преминаването на електромагнитна вълна покрай тях без никаква промяна в нейните параметри (посока на разпространение, амплитуда, фаза). Вниманието и усилията на много учени от години са съсредоточени в овладяването на тези феномени, тъй като те отварят множество възможности за по-нататъшен напредък в редица области [4].

4. Класически задачи за метаматериали с лява тройка

4.1 Обърнат закон на Снелиус



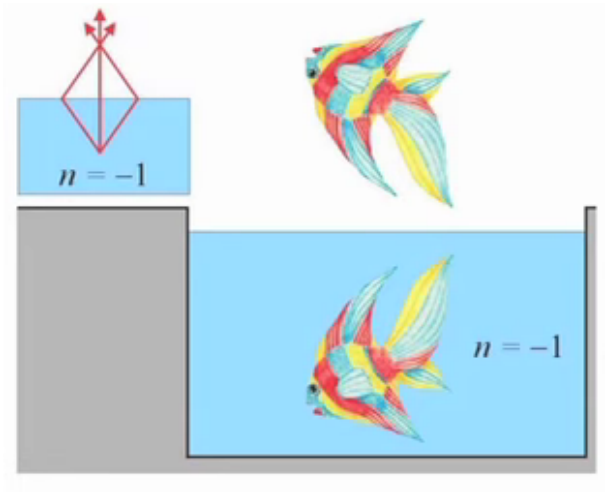
Фигура 4.1: Пречупване на границата въздух – ляв метаматериал. От ляво е означена посоката на разпространение на енергетичния поток, а от дясно – посоката на вълновия вектор.

Постановката на задачата е показана на (Фигура 4.1). Нека вълната да идва от въздух $n_1 = 1$ и да преминава в ляв метаматериал $n_2 = -1$. Законът на Снелиус ще има вида:

$$n_1 sin(\theta_1) = n_2 sin(\theta_2),\ sin(\theta_1) = -sin(\theta_2)\ => \ \theta_1 = -\theta_2\,; \tag{4.1.1}$$

Вземайки предвид конвенцията на знаците – посока обратна на часовниковата стрелка е положителна и ъглите се измерват от нормалата, е ясно, че вълната ще продължи разпространението си от същата страна на нормалата. На (Фигура 4.2) е направена симулация на образа на сламка, който се получава при потапянето ѝ в „мета вода“, а на (Фигура 4.3) е показано как би изглеждал обект намиращ се в „мета вода“, гледан над повърхността.

Фигура 4.2: Симулация на образ, демонстрираща обърнатия закон на Снелиус.



Фигура 4.3: Рибата, плуваща във флуид с отрицателен показател на пречупване, за външен наблюдател ще изглежда все едно плува във въздуха над течността.

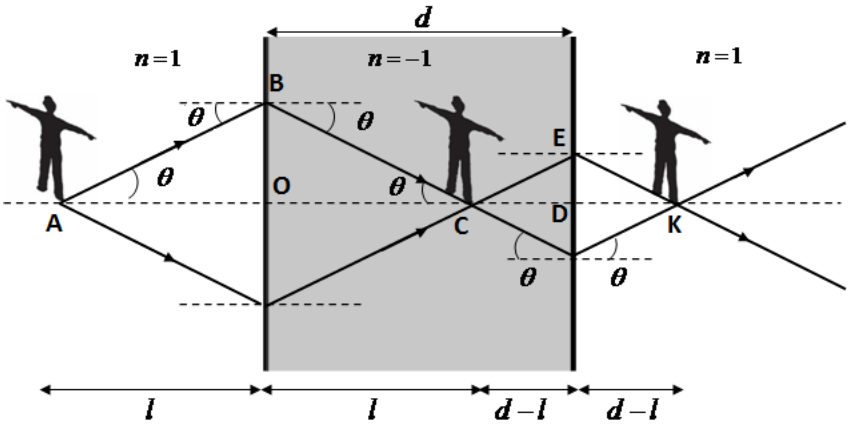
4.2 Перфектно възпроизвеждане на изображения и суперлещи

Съществуват две главни особености, когато метаматериали с отрицателен показател на пречупване се използват за получаване на образи.

4.2.1 Двойно фокусиране на предмет с плоска квадратна леща от метаматериал с $n < 0$

На (Фигура 4.4) е изобразен предмет, намиращ се във въздух ($n = 1$), поставен на разстояние l пред леща от ляв метаматериал ($n = -1$) с дебелина d. Начертан е ходът на лъчите през лещата.

От еднаквостта на триъгълници AOB и BOC следва, че $AO = OC = l$. Точка C е първата фокална точка. По същия начин, поради еднаквостта на триъгълници CDE и EDK следва, че $CD = DK = d - l$. Втората фокална точка е K.

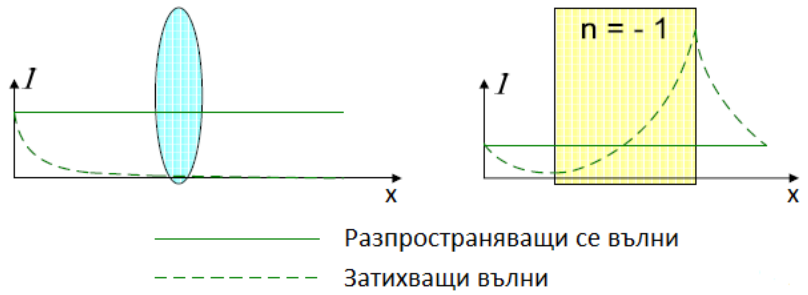


Фигура 4.4: При преминаването на вълната през метаматериал с n<0, тя се фокусира 2 пъти – първия вътре, а втория извън нея.

Вижда се, че и двата образа са прави. По-интересното е, че от плоско парче ляв метаматериал е възможно получаването на образ, което не е така при обикновените материали.

4.2.2 Получаване на образ от обект с размери под дължината на вълната – суперлещи

Един малък обект генерира изключително високи пространствени честоти. Тези вълни носят информация за фините детайли на обекта, но затихват много бързо с разстоянието. Поради това се получава размиване на образа. Ако на пътя им се постави ляв метаматериал, същото затихващо поле започва да расте, което прави възможно формирането на образ с доста по-добра разделителна способност (Фигура 4.5).



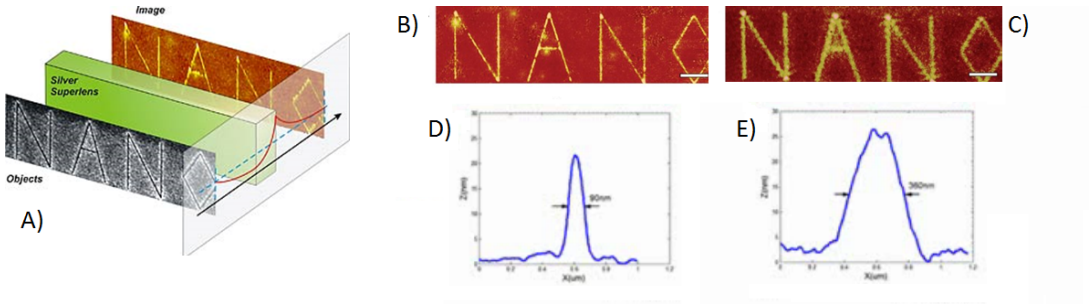
Фигура 4.5: От ляво – преминаване на електромагнитна вълна през обикновена леща, от дясно – преминаване през леща от ляв метаматериал.

Следващите две зависимости описват разпространението на затихващите вълни в нормални материали и в леви материали:

$$E(x) = E_0 e^{-i(k^{'} - ik^{''})nx} = E_0 e^{-(k^{''}nx)} e^{-i(k^{'}nx)}\,, \tag{4.2.1}$$

$$E(x) = E_0 e^{-i(k^{'} - ik^{''})(-\tilde{n})x} = E_0 e^{(k^{''}\tilde{n}x)} e^{i(k^{'}\tilde{n}x)}\,; \tag{4.2.2}$$

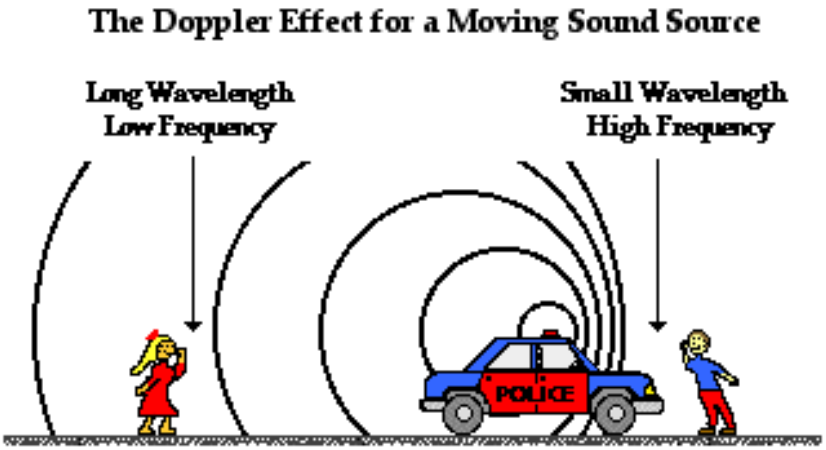
Първата експонента в двете уравнения изразява затихващата компонента (защото е реална), а втората – осцилиращата. Вижда се, че в нормални материали (4.2.1) затихващата компонента намалява експоненциално, а в леви метаматериали расте (4.2.2). Това уникално свойство позволява получаването на образи на обекти с размери по-малки от дължината на вълната, поради което тези лещи получават названието суперлещи (Фигура 4.6).



Фигура 4.6: Експеримент осъществен от Nickolas Fang и сътрудници през 2005 г. [17] с 40 нанометрова сребърна суперлеща. a) обект, b) и d) образ, получен със суперлещата и неговото замъгляване, c) и e) образ, получен с конвенционална система и неговото замъгляване.

4.3 Обърнат ефект на Доплер

Ефектът на Доплер е свързан с промяна в регистрираната от наблюдател честота на вълната, породена от относителното движение на източника спрямо наблюдателя (Фигура 4.7). Както ще бъде доказано по-надолу, в леви метаматериали този ефект е обърнат.



Фигура 4.7: Илюстрация на ефекта на Доплер при звукови вълни.

4.3.1 В класическата физика

Този подход може да бъде прилаган в случаите, когато относителните скорости на източника и приемника спрямо средата са значително по-малки от скоростта на вълните в средата. Тогава регистрираната от приемника честота се определя като:

$$f = \frac{v \pm v_r}{v \mp v_s} f_0 \,, \tag{4.3.1}$$

където v е скоростта на вълните в съответната среда, v_r е скоростта, с която се движи приемникът, v_s скоростта на източника, а f_0 е честотата на вълните, излъчени от източника. В числителя знакът „+“ е за движение на приемника към източника, а в знаменателя знакът „+“ е при отдалечаване на източника от приемника.

Ако се изрази v от дефиниционната формула на показателя на пречупване (3.1.1), замести се в (4.3.1) и се извърши опростяване, за регистрираната честота се получава:

$$f = \frac{c + nv_r}{c - nv_s} f_0 \,, \tag{4.3.2}$$

като е прието, че източникът и приемникът се движат един към друг (обратният случай е аналогичен).

За среда запълнена с двойноотрицателен метаматериал уравнение (4.3.2) придобива вида:

$$f = \frac{c - v_r}{c + v_s} f_0 \,, \tag{4.3.3}$$

тъй като v_r и v_s са по-малки от c следва, че $f < f_0$, което съответства на $\lambda > \lambda_0$ – червено отместване.

Окончателно: при приближаване на източника и приемника в ляв метаматериал се получава червено отместване, докато в среда с положителен показател на пречупване е синьо отместване (Фигура 4.8).

4.3.2 В релативистката физика

В релативисткия Доплеров ефект изходна позиция са Лоренцовите трансформации, а критерият за използването им е наличието на големи скорости на източника и приемника - сравними със скоростта на вълните в дадена среда.

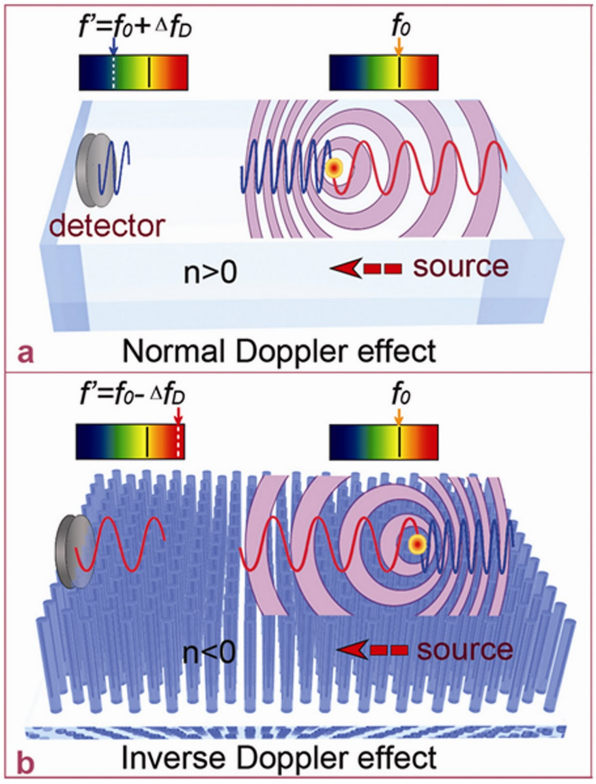
Източник (например йон), движещ се с постоянна скорост $\mathbf{u}$ и свързан към отправна система K, излъчва фотон с честота ν_0 под ъгъл θ спрямо оста x. Светлината се регистрира от наблюдател в отправна система $K^{'}$ под ъгъл $\theta^{'}$ спрямо оста $x^{'}$ (Фигура 4.9) [15].

За отдалечаващ се източник, енергията E на частицата, в отправна система K, е свързана с енергията $E^{'}$, за наблюдателя в $K^{'}$, чрез Лоренцовите трансформации за енергия:

$$E^{'} = \frac{E - uP_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \,, \tag{4.3.4}$$

където P_x е x компонентата на импулса на фотона в отправна система K.

Отчитайки, че $E = \hbar\omega$ и приемайки, че импулсът на фотон в среда има вида: $P_x = Pcos\theta = \frac{nE}{c}cos\theta$ (n е показателят на пречупване на средата), при заместване в



Фигура 4.8: a) нормален Доплеров ефект, b) Доплеров ефект в ляв метаматериал [18] .

уравнение (4.3.4), се получава:

$$\omega^{'} = \omega \frac{(1 - \frac{nucos\theta}{c})}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \tag{4.3.5}$$

За среда от ляв метаматериал $n = -1$ и $\theta = 0°$ (източникът се отдалечава от наблюдателя в K) уравнение (24) придобива вида:

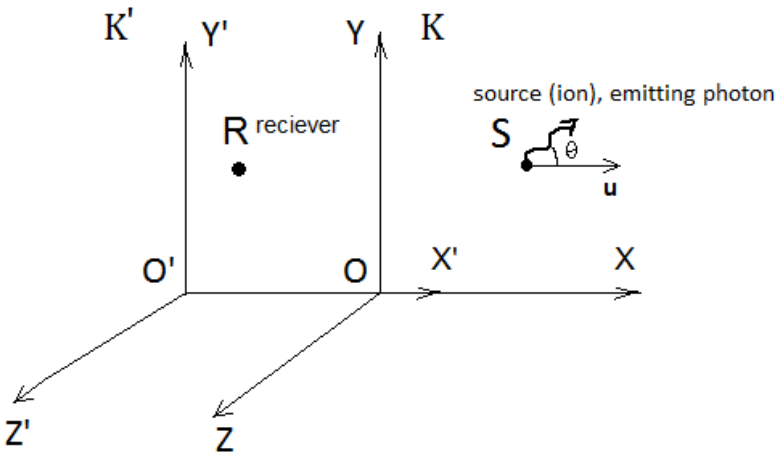
$$\omega^{'} = \omega \frac{(1 + \frac{u}{c})}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \omega \frac{\sqrt{(1 + \frac{u}{c})^2}}{\sqrt{(1 - \frac{u}{c})(1 + \frac{u}{c})}} = \omega \sqrt{\frac{1 + \frac{u}{c}}{1 - \frac{u}{c}}}; \tag{4.3.6}$$

Резултатът е синьо отместване и следователно ефектът на Доплер е обърнат.

Аналогично, при $\theta = 180°$ (източникът се приближава към наблюдателя):

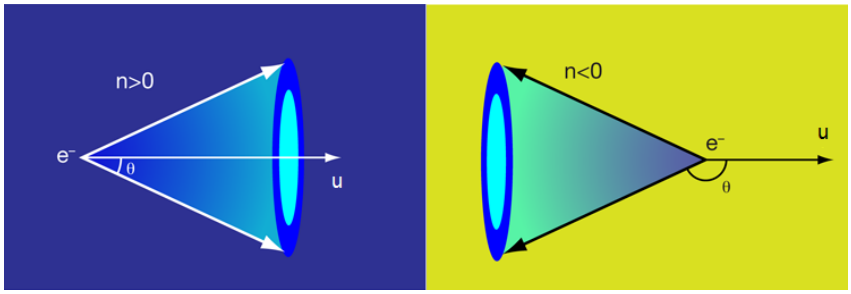
$$\omega^{'} = \omega \frac{(1 - \frac{u}{c})}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \omega \frac{\sqrt{(1 - \frac{u}{c})^2}}{\sqrt{(1 - \frac{u}{c})(1 + \frac{u}{c})}} = \omega \sqrt{\frac{1 - \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c}}}; \tag{4.3.7}$$

В този случай се получава червено отместване и следователно ефектът на Доплер отново е обърнат.



Фигура 4.9: Постановка на задачата за обърнат ефект на Доплер в релативистката физика .

4.4 Обърнат ефект на Черенков



Фигура 4.10: Прав и обърнат ефект на Черенков .

Заредена частица с енергия на покой E_0, движеща се праволинейно и равномерно със скорост $|u| > \left|\frac{c}{n}\right|$ през материална среда с показател на пречупване n, става източник на светлина. Законът за запазване на енергията и релативисткият инвариант за енергията и импулса на частицата имат вида:

$$E_1 = E_\gamma + E_2 \;\Rightarrow\; E_\gamma = E_1 - E_2\,, \tag{4.4.1}$$

$$E_1^2 = E_0^2 + P^2c^2\;,\; E_2^2 = E_0^2 + P^2c^2\,, \tag{4.4.2}$$

където E_1, P_1 и E_2, P_2 са пълната релативистка енергия и импулс на частицата, съответно преди и след излъчването. E_0 е енергията на частицата в покой, а E_γ е енергията на излъчения фотон. Ако уравнение (4.4.1) се повдигне на квадрат и в него се замести енергията от релативисткия инвариант за енергията и импулса (4.4.2), се получава:

$$P_2^2c^2 = P_1^2c^2 + E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_1\,, \tag{4.4.3}$$

а закона за запазване на импулса дава:

$$P_2^2 = P_\gamma^2 + P_1^2 - 2P_\gamma P_1 cos\theta\,; \tag{4.4.4}$$

След като уравнение (4.4.4) се умножи с c^2 и се отчете, че $P_\gamma = nE_\gamma/c$, се получава:

$$P_2^2c^2 = E_\gamma^2n^2 + P_1^2c^2 - 2ncE_\gamma P_1 cos\theta\,; \tag{4.4.5}$$

Последното уравнение (4.4.5) се вади от (4.4.3) и следователно:

$$(n^2-1)\frac{E_\gamma}{2E_1} + 1 = \frac{ncP_1}{E_1}cos\theta\,; \tag{4.4.6}$$

Използвайки приближението $\frac{E_\gamma}{E_1} << 1$ в уравнение (4.4.6), първият член отпада.

За $n > 0$, $cos\theta > 0$, т.е. излъчването е насочено по посока на движение на зареденaта частица, а при $n < 0$, $cos\theta < 0$ - излъчването е насочено в посока обратна на движение на зареденaта частица (Фигура 4.10).

5. Модели и основни елементи при реализацията на метаматериали

За анализ на отклика на дадена конструкция (метаматериал) ще бъдат използвани два модела. Тъй като метаматериалите са структурирани подобно на кристална решетка с атоми, разгледаните модели са за строежа на атома – Осцилаторен модел на Лоренц и модел на Друде за метали.

5.1 Модел на Лоренц

Лоренц разглежда атома като електрони свързани с пружина към ядрото. При прилагане на електрично поле пружината се разтегля. Вторият принцип на Нютон в този случай ще има вида:

$$m\frac{\partial^2\mathbf{r}}{\partial t^2} + m\Gamma\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial t} + m\omega_0^2\mathbf{r} = -q\mathbf{E}\,, \tag{5.1.1}$$

където m е масата на електрона, Γ е коефициент, отчитащ намаляването на амплитудата на осцилиране поради силата на триене, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ е собствената честота, а k– коефициент на еластичност на пружината, q и E са съответно зарядът на електрона и интензитетът на приложеното външно поле.

След прилагане на Фурие трансформация и опростяване се получава:

$$\mathbf{r}(\omega) = -\frac{q}{m_e}\frac{\mathbf{E}(\omega)}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\Gamma}\,, \tag{5.1.2}$$

където $j = -i$ е имагинерната единица.

Диполният момент, получен в резултат на външното поле е:

$$\mathbf{p}(\omega) = -q\mathbf{r}(\omega) = \frac{q^2}{m_e}\frac{\mathbf{E}(\omega)}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\Gamma} = \alpha\mathbf{E}\,, \tag{5.1.3}$$

където $\alpha = \frac{q^2}{m_e}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2-j\omega\Gamma}$ е поляризируемостта на един атом.

Поляризацията за единица обем се дава с:

$$\mathbf{P}(\omega) = N\left\langle\mathbf{p}(\omega)\right\rangle = \varepsilon_0\chi(\omega)\mathbf{E}(\omega)\,, \tag{5.1.4}$$

където N е броят атоми за единица обем, а χ е възприемчивостта. От (5.1.3) – (5.1.4) следва:

$$\chi(\omega) = \frac{N\alpha(\omega)}{\varepsilon_0} = \left(\frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m_e}\right) \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\Gamma} = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\Gamma}\,, \tag{5.1.5}$$

където $\omega_p^2 = \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m_e}$ е плазмената честота. Тогава комплексната диелектрична проницаемост ще има вида:

$$\tilde{\varepsilon}_r(\omega) = 1 + \chi(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\Gamma}\,; \tag{5.1.6}$$

Реалната и имагинерната част се получават съответно:

$$\varepsilon_r^{'}(\omega) = 1 + \omega_p^2 \frac{\omega_0 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - \omega^2\Gamma^2}\,; \tag{5.1.7а}$$

$$\varepsilon_r^{'}(\omega) = 1 + \omega_p^2 \frac{\omega_0 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) - \omega^2\Gamma^2}\,; \tag{5.1.7б}$$

Имагинерната част съществува само, когато има загуби.

Аналогично може да се получи израз за магнитната проницаемост:

$$\tilde{\mu}_r(\omega) = 1 + \frac{\omega_{mp}^2}{\omega_{m0}^2 - \omega^2 - j\omega\Gamma_m}\,, \tag{5.1.8}$$

където ω_{mp} е магнитната плазмена честота, ω_{m0} е магнитната резонансна честота, а Γ_m е коефициент, отчитащ загубите.

На Фигура 5.1 е показана типична за Лоренцовия модел форма на зависимост - диелектрична проницаемост от честота. Наблюдават се много големи загуби около резонансната честота, а далече от нея - много малки.

5.2 Модел на Друде за метали

В металите повечето електрони са свободни – не са свързани към ядрото. Поради това, връщащата сила е пренебрежимо малка и $\omega_0 \approx 0$.

$$\tilde{\varepsilon}_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + j\omega\Gamma}\,, \tag{5.2.1}$$

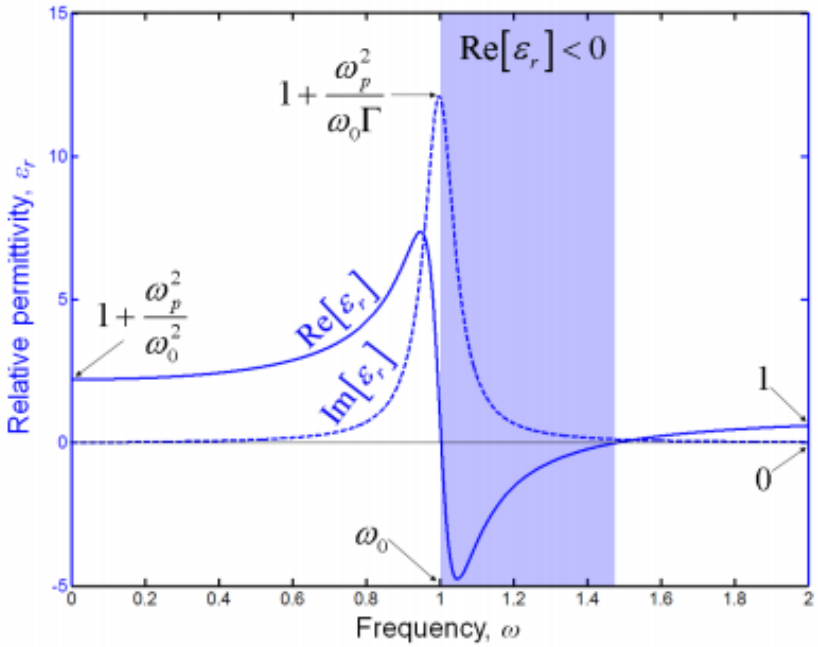
$$\omega_p^2 = \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m_e} \tag{5.2.2}$$

Тук N е плътността на електроните, а m_e – ефективната маса на електрона.

Когато става въпрос за метали, обикновено се минава към средно време между два удара $\tau = \Gamma^{-1}$:

$$\tilde{\varepsilon}_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + j\omega\tau^{-1}} = \left(1 - \frac{\omega_p^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}\right) + j\left(\frac{\omega_p^2\tau\omega^{-1}}{1 + \omega^2\tau^2}\right)\,; \tag{5.2.3}$$

На (Фигура 5.2) е показана типична за модела на Друде форма на зависимост $\varepsilon_r(\omega)$. При много по-високи честоти от плазмената, загубите са минимални и металите стават прозрачни за електромагнитните вълни. Плазмената честота за типични



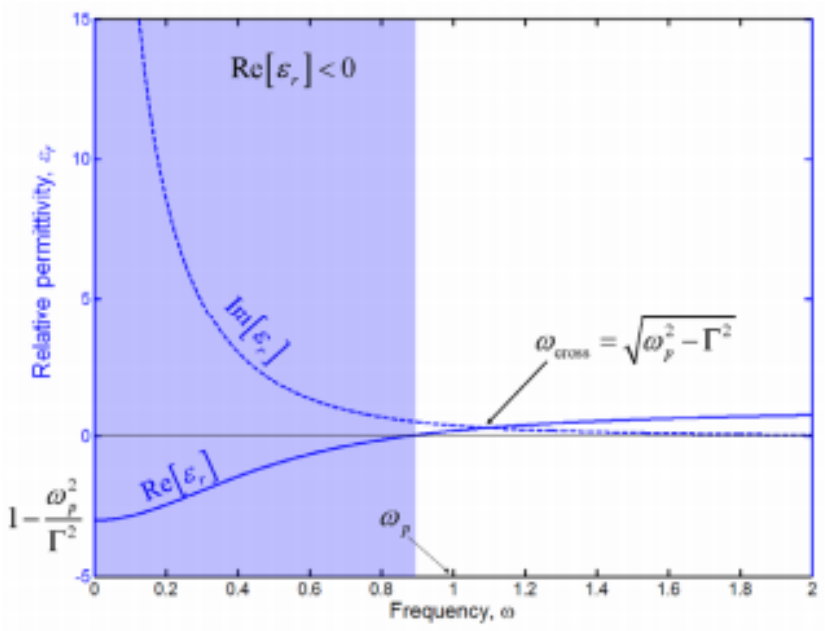
Фигура 5.1: Реална и имагинерна част на диелектричната проницаемост от честотата в модела на Лоренц.

метали е от порядъка на 2.10^3 THz, което съответства на дължина на вълната в ултра-виолетовия диапазон. Под плазмената честота, доминираща е имагинерната част на диелектричната константа и в тази област металите са добри проводници. Около нея и двете компоненти са значими и металите имат големи загуби на честоти в тази околност [16].

5.3 Основни елементи при изграждането на метаматериали

Повечето структурни решетки на метаматериали са реализирани с помощта на четири основни типа елементи – два вида електрични и два – магнитни диполи (Фигура 5.3). С произволна комбинация от магнитен и електричен дипол, ориентирани по подходящ начин, може да бъде реализиран метаматериал. Съществуват четири възможни комбинации [17]:

- Резонатори с разцепени пръстени и линия от метални жици – най-широко използваната комбинация (Фигура 5.4) [18].
- Резонатори с разцепени пръстени и допълващи резонатори с разцепени пръстени – поради трудности в подреждането, тази комбинация не е широко
- Прорезни линии и линии с метални жици – структура от този тип е mushroom structure, показана на (Фигура 5.5a). Тя е предложена за първи път от Sievenpiper et al. [19], с цел постигане на високо-импедансни повърхности.



Фигура 5.2: Реална и имагинерна част на диелектричната проницаемост от честотата в модела на Друде.

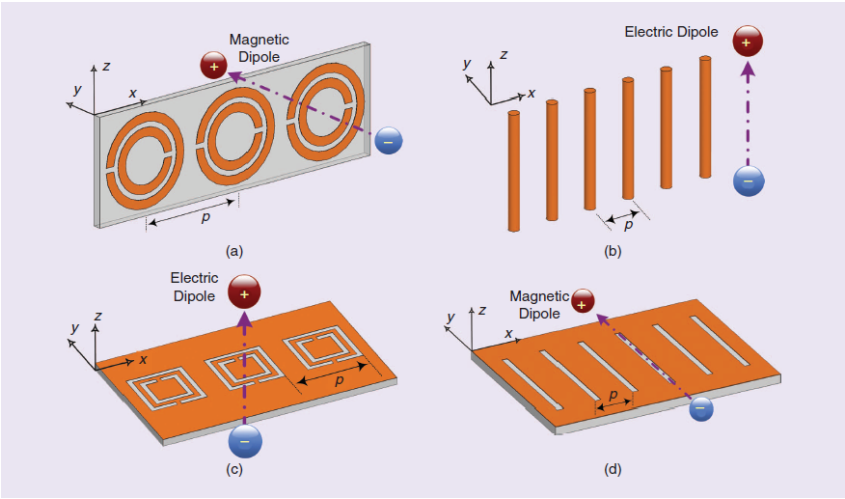
- Прорезни линии и допълващи резонатори с разцепени пръстени (Фигура 5.5b) – широко използвана комбинация в микролентовата технология

Важно е да се отбележи, че диелектричната и магнитната проницаемост са тензори и само една от компонентите им може да бъде отрицателна, за метаматериали реализирани с елементите от (Фигура 5.3). Използвайки, ориентацията на осите показана на фигурата, двете проницаемости могат да се изразят като:

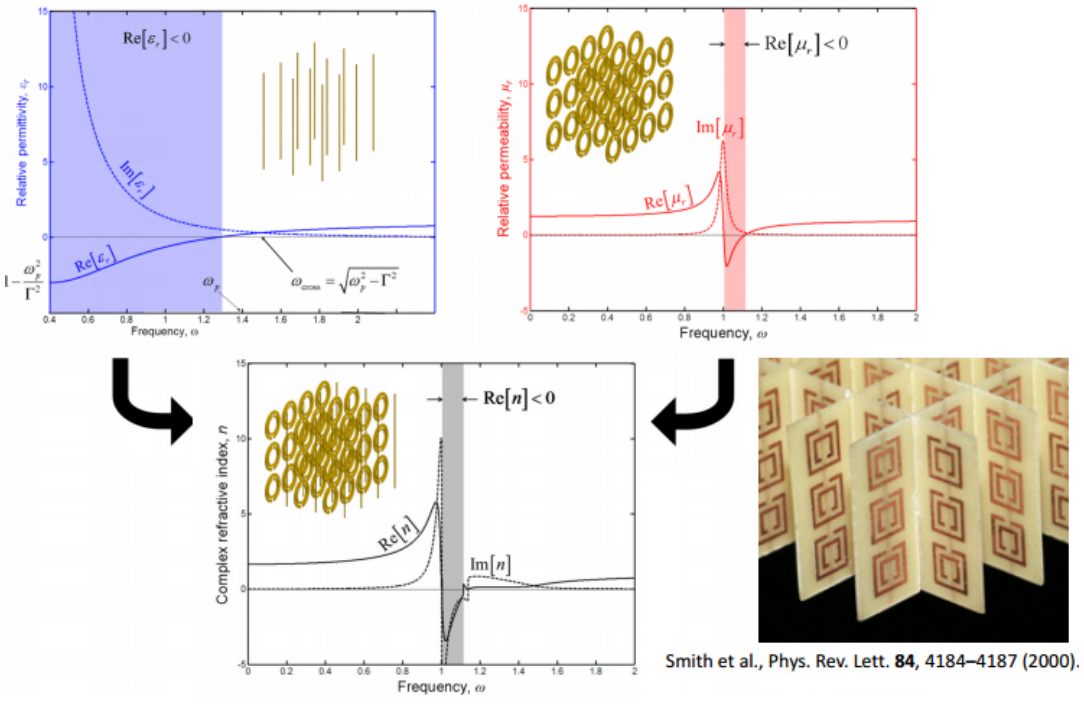
$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{lr} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{lr} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{tr} \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon}_r \,, \tag{5.3.1а}$$

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{lr} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{tr} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{tr} \end{bmatrix} = \mu_0 \hat{\mu}_r \,, \tag{5.3.1б}$$

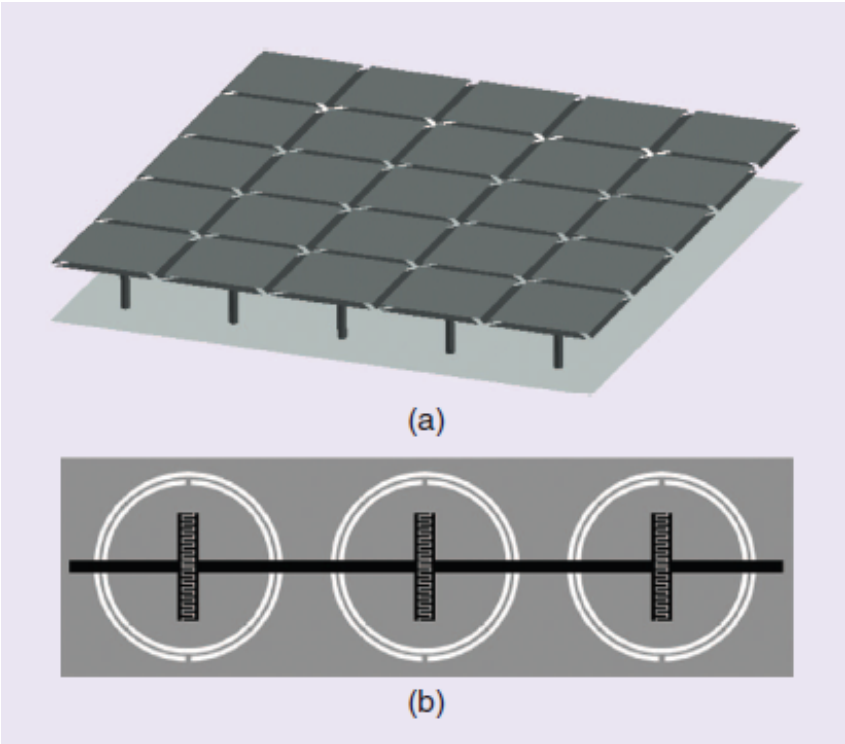
където ε_0 и μ_0 са диелектричната и магнитната проницаемост на вакуум, а $\varepsilon_{tr}(\mu_{tr})$ и $\varepsilon_{lr}(\mu_{lr})$ са относителните диелектрична и магнитна проницаемост съответно в напречна и надлъжна посока. Само ε_{tr} и μ_{tr} могат да бъдат отрицателни за показаните на фигурата елементи.



Фигура 5.3: a) резонатори с разцепени пръстени (РРП), който могат да бъдат считани за еквивалентни магнитни диполи – дават отрицателна магнитна проницаемост, b) линия от метални (например медни) жици – отрицателна диелектрична проницаемост, c) допълващи (complementary) РРП – еквивалентни електрични диполи ($\varepsilon < 0$), d) прорезни линии – магнитни диполи.



Фигура 5.4: Резонатор с разцепени пръстени в комбинация с линия от метални жици. Електричното поле е успоредно на жиците ($\varepsilon < 0$), а магнитното пробожда пръстените ($\mu < 0$).



Фигура 5.5: a) mushroom structure b) прорезни линии и допълващи резонатори с разцепени линии – използва се за широколентови филтри .

6. Нелинейни метаматериали

Нелинейните метаматериали спадат към категорията на метаматериалите с лява тройка (отрицателен показател на пречупване). Нелинейността им се изразява в това, че при малки промени във външните условия, настъпват промени в свойствата на материала, зависещи нелинейно от пораждащата ги причина.

Нелинейните ефекти биват две категории – параметрични и непараметрични. При параметричните нелинейни ефекти квантовото състояние на нелинейния материал не се променя при взаимодействие с електромагнитното поле. Поради това, процесът е мигновен. Явление, спадащо към тази категория, при което електромагнитните полета не са твърде големи и в средата има загуби, може да бъде описано с разложената в ред на Тейлър диелектрична поляризация $P(t)$ (диполният момент в единица обем):

$$\mathbf{P}(t) = \varepsilon_0(\chi^{(1)}\mathbf{E}(t) + \chi^{(2)}\mathbf{E}^2(t) + \chi^{(3)}\mathbf{E}^3(t) + \cdots)\,, \tag{6.0.1}$$

където коефициентите $\chi^{(n)}$ са n-ти порядък възприемчивост на средата и присъствието на такъв член се нарича нелинейност от n-ти порядък.

6.1 Извеждане на вълновото уравнение за разпространение на електромагнитна вълна в нелинейна среда

Уравненията на Максуел, написани в система SI, за област без заряди ($\rho = 0$) и без токове ($\mathbf{J} = 0$), имат вида:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0\,, \tag{6.1.1а}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\,, \tag{6.1.1б}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0\,, \tag{6.1.1в}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\,; \tag{6.1.1г}$$

Приема се, че материалът няма магнитни свойства, следователно:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}\,; \tag{6.1.2}$$

Нелинейността се отчита в зависимостта на $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}\,, \tag{6.1.3}$$

където поляризацията $\mathbf{P}$ зависи нелинейно от локалния интензитет на електричното поле.

Взима се ротация в уравнение (6.1.1б), разменят се местата на производните по време и координата от дясната страна на уравнението и чрез използване на уравнение (6.1.1г), се достига до:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{D} = 0\,; \tag{6.1.4}$$

Заместваики $\mathbf{D}$ от уравнение (6.1.3) и μ с $1/\varepsilon_0 c^2$ се получава:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}\,; \tag{6.1.5}$$

Уравнение (6.1.5) показва най-общия вид на вълновото уравнение в нелинейни среди. То може да бъде опростено чрез развиване на двойното векторно произведение:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}\,; \tag{6.1.6}$$

Може да се докаже, че първият член от дясната страна е пренебрежимо малък, особено когато амплитудата се изменя бавно. С това приближение, уравнение (6.1.5) придобива вида:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}\,; \tag{6.1.7}$$

Алтернативен запис на уравнение (6.1.7) е:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = 0\,, \tag{6.1.8}$$

където $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$. Удобно е поляризацията $\mathbf{P}$ да се раздели на линейна (зависеща линейно от $\mathbf{E}$) - $P^{(1)}$ и нелинейна P^{NL} част:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(NL)}\,; \tag{6.1.9}$$

Същото може да се направи и с електричната индукция:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^{(1)} + \mathbf{P}^{(NL)}\,, \tag{6.1.10}$$

където линейната част е:

$$\mathbf{D}^{(1)} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}^{(1)}\,, \tag{6.1.11}$$

Заместваики, уравнение (6.1.10) в (6.1.8) се получава:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}^{(1)}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2}\,; \tag{6.1.12}$$

За да се извлече физичния смисъл от това уравнение, се разглежда среда без загуби и дисперсия. Тогава, зависимостта между $\mathbf{D}^{(1)}$ и $\mathbf{E}$ ще съдържа реалния, честотно-независим тензор на диелектричната поляризация $\varepsilon^{(1)}$:

$$\mathbf{D}^{(1)} = \varepsilon_0 \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} \mathbf{E}\,, \tag{6.1.13}$$

а за изотропен материал, това уравнение се редуцира до:

$$\mathbf{D}^{(1)} = \varepsilon_0 \varepsilon^{(1)} \mathbf{E}\,, \tag{6.1.14}$$

където $\varepsilon^{(1)}$ е безразмерната, скаларна величина - относителна диелектрична проницаемост, която е различна за всеки материал. За този опростен случай на изотропен, недисперсионен материал, вълновото уравнение (6.1.12) придобива вида:

$$-\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{\varepsilon^{(1)}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}^{(1)}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2}\,; \tag{6.1.15}$$

Уравнение (6.1.15) е нехомогенно, вълново уравнение. Нелинейната среда играе ролята на източник, който се появява от дясната страна на уравнението.

За случай на дисперсна среда, трябва да се отчете всяка честотна компонента. Тогава $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$ и $\mathbf{P}$ ще се изразяват като суми от различните си честотни компоненти:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t)\,, \tag{6.1.16а}$$

$$\mathbf{D}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}, t)\,, \tag{6.1.16б}$$

$$\mathbf{P}^{(NL)}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{P}_n^{NL}(\mathbf{r}, t)\,, \tag{6.1.16в}$$

където сумирането е само по положителните честоти. Всяка честотна компонента има вида:

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) e^{-i\omega_n t} + c.c\,, \tag{6.1.17а}$$

$$\mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}) e^{-i\omega_n t} + c.c\,, \tag{6.1.17б}$$

$$\mathbf{P}_n^{NL}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_n^{NL}(\mathbf{r}) e^{-i\omega_n t} + c.c\,, \tag{6.1.17в}$$

където с $c.c$ е означено комплексно спрягане.

Ако загубите в средата могат да се пренебрегнат, връзката между $\mathbf{D}^{(1)}$ и $\mathbf{E}$ е посредством реалния, честотно-зависим тензор на диелектричната проницаемост:

$$\mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}(\omega_n) \cdot \mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t)\,; \tag{6.1.18}$$

След заместването на уравнения (6.1.16а) – (6.1.18) в уравнение (6.1.12), се получава вълновото уравнение за нелинейна, дисперсна среда, без загуби:

$$\nabla^2 \mathbf{E}_n - \frac{\varepsilon^{(1)}(\omega_n)}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_n}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}_n^{NL}}{\partial t^2}\,; \tag{6.1.19}$$

Общия случай на среда със загуби се получава чрез отчитане комплексния вид на диелектричния тензор, който свързва комплексни амплитуди:

$$\mathbf{D}_n^{(1)}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}(\omega_n) \cdot \mathbf{E}_n \mathbf{r}\,; \tag{6.1.20}$$

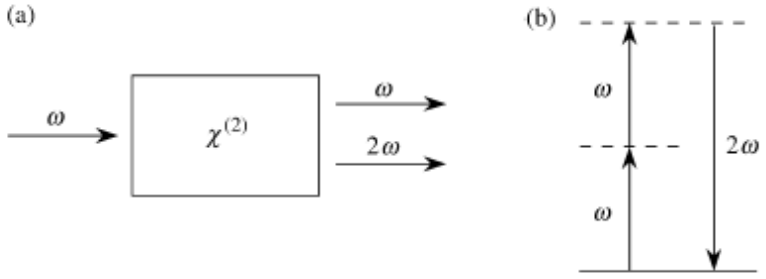
Уравнение (6.1.20), заедно с уравнения (6.1.15) – (6.1.16в), могат да се заместят в уравнение (6.1.12) и се получава [24]:

$$\nabla^2 \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) - \frac{\omega_n^2}{c^2} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}(\omega_n) \cdot \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) = -\frac{\omega_n^2}{\varepsilon_0 c^2} \mathbf{P}_n^{NL}(\mathbf{r})\,; \tag{6.1.21}$$

6.2 Нелинейности от втори порядък (смесване на три вълни)

6.2.1 Частен случай - генериране на втора хармонична в метаматериал

Генерирането на втора хармонична е нелинеен процес, при който от взаимодействието на два фотона, с еднакви честоти, с нелинеен материал се генерира фотон с двойно по-голяма честота, респективно с двойно по-малка дължина на вълната. Процесът е изобразен схематично на (Фигура 6.1).



Фигура 6.1: Генериране на втора хармонична. С плътната линия е изобразено основното ниво на атом, а с пунктираните – виртуалните нива [24] .

От два фотона с честота ω, в резултат от удар във възел на кристалната решетка на нелинейна кристална среда, се ражда фотон с честота 2ω. Двата фотона се движат под ъгли равни на нула градуса спрямо първоначално избрана ос, а генерираният фотон под ъгъл α. Средата има показател на пречупване $n_\omega = 1$ за честота ω и показател $n_{2\omega} = -1$ за честота 2ω.

Закона за запазване на импулса има вида:

$$2P_\omega = P_{2\omega} cos\alpha\,; \tag{6.2.1}$$

Енергията, която получава кристалната решетка при удара, може да се пренебрегне спрямо енергията на фотоните, следователно законът за запазване на енергията изглежда:

$$2E_\omega = E_{2\omega}\,; \tag{6.2.2}$$

Връзките между енергия и импулс на фотоните са:

$$E_\omega = \frac{P_\omega c}{n_\omega},\ E_{2\omega} = \frac{P_{2\omega} c}{n_{2\omega}}\,; \tag{6.2.3}$$

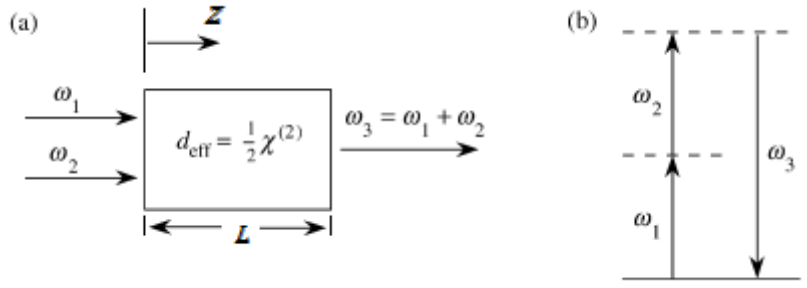
Замествайки уравнения (6.2.3) в уравнение (6.2.2) и използвайки (6.2.1), следва:

$$2\frac{P_\omega c}{n_\omega} = \frac{P_{2\omega} c}{n_{2\omega}} \ => \ cos\alpha = \frac{n_\omega}{n_{2\omega}} = -1\,, \tag{6.2.4}$$

$$\alpha = \pi\,; \tag{6.2.5}$$

Фотонът с честота 2ω се движи в обратна посока на падащите фотони с честота ω, т.е. метаматериалът действа като нелинейно огледало.

6.2.2 Общ случай - смесване на три вълни в метаматериал



Фигура 6.2: Генериране на сумирана честота. а)геометрия на взаимодействието, б)енергетични нива на процеса [24] .

Електромагнитното поле, падащо върху нелинейна среда от втори порядък (Фигура 6.2), се състои от различни честотни компоненти и има вида:

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + c.c\,; \tag{6.2.6}$$

Отчитайки, че приносът на втория порядък към нелинейната поляризация има вида:

$$P^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t)\,, \tag{6.2.7}$$

и замествайки (6.2.6) в (6.2.7), се получава:

$$P^{(2)}(t) = \varepsilon_0\chi^{(2)}[E_1^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{-2i\omega_2 t} + 2E_1E_2 e^{-i(\omega_1+\omega_2)t} + 2E_1E_2^* e^{-i(\omega_1-\omega_2)t} + c.c] + 2\varepsilon_0\chi^{(2)}[E_1E_1^* + E_2E_2^*]\,; \tag{6.2.8}$$

Удобно е този резултат да се представи чрез означението:

$$P^{(2)}(t) = \sum_n P(\omega_n) e^{-i\omega_n t}\,, \tag{6.2.9}$$

където сумирането е по положителните и отрицателните честоти ω_n. Комплексните амплитуди на различните честотни компоненти на нелинейната поляризация следователно се дават с:

$$P(2\omega_1) = \varepsilon_0\chi^{(2)}E_1^2\text{-генерация на втора хармонична,} \tag{6.2.10а}$$

$$P(2\omega_2) = \varepsilon_0\chi^{(2)}E_2^2\text{-генерация на втора хармонична,} \tag{6.2.10б}$$

$$P(\omega_1+\omega_2) = 2\varepsilon_0\chi^{(2)}E_1E_2\text{-генерация на сумирана честота,} \tag{6.2.10в}$$

$$P(\omega_1-\omega_2) = 2\varepsilon_0\chi^{(2)}E_1E_2^*\text{-генерация на разлика на честоти,} \tag{6.2.10г}$$

$$P(0) = 2\varepsilon_0\chi^{(2)}(E_1E_1^*+E_2E_2^*)\text{-оптична корекция,} \tag{6.2.10д}$$

Четири различни, ненулеви честотни компоненти присъстват в нелинейната поляризация. Обикновено, само една от тях ще има значителен интензитет в генерираното лъчение. Причината за това е, че само за една от тези честоти ще е изпълнено условието за съгласуване на фазата. Това може да бъде регулирано чрез подходящ избор на поляризацията на падащата вълна и ориентацията на нелинейната среда.

За разглеждания случай, необходимата честотна компонента е:

$$P_3 = P(\omega_3=\omega_1+\omega_2) = 2\varepsilon_0\chi^{(2)}E_1E_2 = 4\varepsilon_0 d_{eff}E_1E_2^*\,, \tag{6.2.11}$$

където $d_{ijk} = \frac{1}{2}\chi^{(2)}_{ijk}$ е симетричен тензор по последните си два индекса, а d_{eff} е негова ефективна стойност, която се пресмята за фиксирана геометрия и позволява работа със скаларни величини в уравнение (6.2.11).

Вълновото уравнение (6.1.19), изведено за нелинейна, дисперсна среда, без загуби, е изпълнено за всяка честотна компонента, включително и за $\omega_3 = \omega_1+\omega_2$. При отсъствие на нелинеен източник (дясната страна на уравнението), решението за плоска вълна с честота ω_3, разпространяваща се по z е:

$$E_3(z,t) = A_3e^{i(k_3z-\omega_3t)} + c.c\,, \tag{6.2.12}$$

където $k_3 = \frac{n_3\omega_3}{c}$, $n_3^2 = \varepsilon^{(1)}(\omega_3)$ е показателят на пречупване за ω_3, а A_3 е константа.

Приема се, че при не много голям нелинеен източник, решението на (6.1.19) отново ще е от вида (6.2.12), но A_3 ще е слабо зависима от z. Това се взима за пробно решение, като нелинейният източник е:

$$P_3(z,t) = P_3e^{i\omega_3t} + c.c\,, \tag{6.2.13}$$

където P_3 се дава с (6.2.11), а падащите вълни с:

$$E_i(z,t) = E_ie^{-i\omega_it} + c.c\,,\ i=1,2;\ E_i = A_ie^{ik_iz}\,. \tag{6.2.14}$$

Тогава от уравнение (6.2.11) следва:

$$P_3 = 4\varepsilon_0 d_{eff}A_1A_2e^{i(k_1+k_2)z} \equiv p_3e^{i(k_1+k_2)z}\,. \tag{6.2.15}$$

Уравнения (6.2.12) – (6.2.13) и (6.2.15) се заместват в (6.1.19), както и ∇^2 се заменя с d^2/dz^2 и се получава:

$$\left[\frac{d^2A_3}{dz^2} + 2ik_3\frac{dA_3}{dz} - k_3^2A_3 + \frac{\varepsilon^{(1)}(\omega_3^2)A_3}{c^2}\right] e^{i(k_3z-\omega_3t)} + c.c = -\frac{4d_{eff}\omega_3^2}{c^2}A_1A_2e^{i[(k_1+k_2)z-\omega_3t]} + c.c\,. \tag{6.2.16}$$

Ако се замести $k_3^2 = \varepsilon^{(1)}(\omega_3)\omega_3^2/c^2$, третият и четвъртият член от лявата страна ще се съкратят. Също и комплексно спрегнатите $(c.c)$ могат да бъдат съкратени. Тогава се съкращава $exp(-i\omega_3t)$ и резултантното уравнение е:

$$\frac{d^2A_3}{dz^2} + 2ik_3\frac{dA_3}{dz} = -\frac{4d_{eff}\omega_3^2}{c^2}A_1A_2e^{i(k_1+k_2-k_3)z}\,. \tag{6.2.17}$$

Допустимо е първият член от ляво да се пренебрегне, тъй като е много по-малък от втория. Това приближение се нарича – приближение на бавно-изменящата се амплитуда. Така, уравнение (6.2.17) придобива вида:

$$\frac{dA_3}{dz} = \frac{2d_{eff}\omega_3^2}{k_3c^2}A_1A_2e^{i\Delta kz}\,, \tag{6.2.18}$$

и се нарича уравнение на сдвоените амплитуди, а

$$\Delta k = k_1 + k_2 - k_3\,, \tag{6.2.19}$$

се нарича условие за съвпадение на фазите.

Също могат да се отчетат и пространствените изменения на вълните с честоти ω_1 и ω_2, и по аналогичен начин да се изведат следните зависимости [20]:

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{2id_{eff}\omega_1^2}{k_1c^2}A_3A_2^*e^{-i\Delta kz}\,, \tag{6.2.20а}$$

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{2id_{eff}\omega_2^2}{k_2c^2}A_3A_1^*e^{-i\Delta kz}\,. \tag{6.2.20б}$$

Уравнение (6.2.19) изразява закона за запазване на импулса, а при $\Delta k = 0$ нелинейната среда не отнася никакъв импулс. Ако се приеме, подобно на разгледаната в предната точка ситуация, че средата е нелинеен метаматериал и за честота ω_3 показателят на пречупване е отрицателен, се получава:

$$k_i = \frac{n_i\omega_i}{c},\ i = 1, 2, 3\,, \tag{6.2.21а}$$

$$k_1 + k_2 = -k_3\,, \tag{6.2.21б}$$

което означава, че генерираната вълна с честота ω_3 ще се движи в обратна на падащите вълни посока.

6.3 Нелинейности от трети порядък (смесване на четири вълни)

Нека дадена нелинейна среда да проявява нелинейност от трети порядък:

$$P^{(3)}(t) = \varepsilon_0\chi^{(3)}E^3(t)\,, \tag{6.3.1}$$

породена от падаща върху нея електромагнитна вълна, съставена от три честотни компоненти:

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + E_3 e^{-i\omega_3 t} + c.c.\,; \tag{6.3.2}$$

Когато се пресметне $E^3(t)$, се вижда, че резултантният израз се състои от 44 различни честотни компоненти. Отново, нелинейната поляризация може да се представи като:

$$P^{(3)}(t) = \sum_n P(\omega_n) e^{-i\omega_n t}\,, \tag{6.3.3}$$

където всички възможни комплексни амплитуди за положителните честоти са представени на (Фигура 6.3). Обикновено, само една от честотните компоненти на нелинейната поляризация ще има значителен интензитет в генерираното лъчение. Причината за това е обяснена в предната точка.

$$\begin{gathered}
P(\omega_1) = \epsilon_0 \chi^{(3)} \left(3E_1 E_1^* + 6E_2 E_2^* + 6E_3 E_3^*\right) E_1, \\
P(\omega_2) = \epsilon_0 \chi^{(3)} \left(6E_1 E_1^* + 3E_2 E_2^* + 6E_3 E_3^*\right) E_2, \\
P(\omega_3) = \epsilon_0 \chi^{(3)} \left(6E_1 E_1^* + 6E_2 E_2^* + 3E_3 E_3^*\right) E_3, \\
P(3\omega_1) = \epsilon_0 \chi^{(3)} E_1^3, \qquad P(3\omega_2) = \epsilon_0 \chi^{(3)} E_2^3, \qquad P(3\omega_3) = \epsilon_0 \chi^{(3)} E_3^3, \\
P(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) = 6\epsilon_0 \chi^{(3)} E_1 E_2 E_3, \\
P(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) = 6\epsilon_0 \chi^{(3)} E_1 E_2 E_3^*, \\
P(\omega_1 + \omega_3 - \omega_2) = 6\epsilon_0 \chi^{(3)} E_1 E_3 E_2^*, \\
P(\omega_2 + \omega_3 - \omega_1) = 6\epsilon_0 \chi^{(3)} E_2 E_3 E_1^*, \\
\begin{aligned}
P(2\omega_1 + \omega_2) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_1^2 E_2, & P(2\omega_1 + \omega_3) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_1^2 E_3, \\
P(2\omega_2 + \omega_1) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_2^2 E_1, & P(2\omega_2 + \omega_3) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_2^2 E_3, \\
P(2\omega_3 + \omega_1) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_3^2 E_1, & P(2\omega_3 + \omega_2) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_3^2 E_2, \\
P(2\omega_1 - \omega_2) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_1^2 E_2^*, & P(2\omega_1 - \omega_3) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_1^2 E_3^*, \\
P(2\omega_2 - \omega_1) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_2^2 E_1^*, & P(2\omega_2 - \omega_3) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_2^2 E_3^*, \\
P(2\omega_3 - \omega_1) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_3^2 E_1^*, & P(2\omega_3 - \omega_2) &= 3\epsilon_0 \chi^{(3)} E_3^2 E_2^*
\end{aligned}
\end{gathered}$$

Фигура 6.3: Комплексни амплитуди на поляризацията за положителните честоти ($P(\omega_n)$) при нелинейност от трети порядък [24].

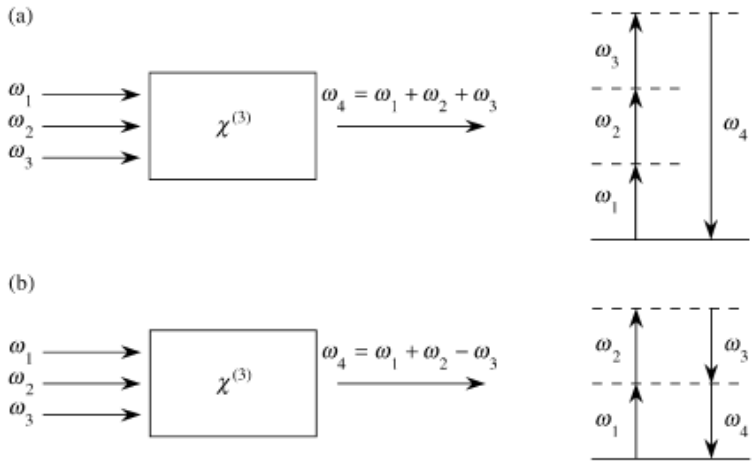
Някои от нелинейните процеси на миксиране на честоти са представени на (Фигура 6.4).

Аналогично на извеждането в предната точка, и тук може във вълновото уравнение (6.1.19) да се заместят функцията на нелинейния източник (6.3.3) и решението при отсъствие на нелинеен източник, но с константа A_4, слабо зависеща за координатата z:

$$E_4(z,t) = A_4 e^{i(k_4 z - \omega_4 t)} + c.c.\,, \tag{6.3.4}$$

където, в най-общия случай на различни честоти, за ω_4 има две съществено различни възможности (Фигура 6.4):

$$\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3\,, \tag{6.3.5a}$$



Фигура 6.4: Два възможни процеса при взаимодействие на три падащи вълни върху нелинейна среда, описвана с възприемчивост от трети порядък. а) $\omega_1+\omega_2+\omega_3=\omega_4$, б) $\omega_1+\omega_2=\omega_3+\omega_4$.

$$\omega_4+\omega_3=\omega_1+\omega_2\,; \tag{6.3.5б}$$

Уравнения (6.3.5а) – (6.3.5б) изразяват закона за запазване на енергията.

В резултат на това заместване и математически преобразувания, подобно на извеждането в предната точка се получават аналогични уравнения на сдвоените амплитуди, а условията за съвпадение на фазите в този случай имат вида:

$$\Delta k_{\pm}=k_1+k_2+k_3\mp k_4\,, \tag{6.3.6а}$$

$$\Delta k_{\pm}=k_1+k_2-k_3\mp k_4\,, \tag{6.3.6б}$$

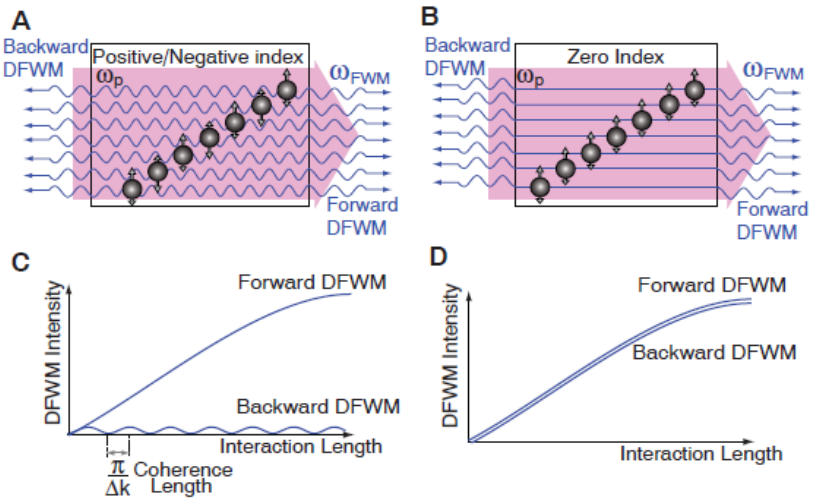
съответстващи на (6.3.5а) и (6.3.5б). Знаците пред Δk изразяват генериране на вълна в права и обратна посока („+“ – права посока).

Ще бъде разгледан случаят от (Фигура 6.4а), за който са валидни уравнения (6.3.5а) и (6.3.6а). Ако една от посоките на разпространение е напълно фазово синхронизирана – например правата $\Delta k_+\to 0$, тогава:

$$k_4=k_1+k_2+k_3\,, \tag{6.3.7а}$$

$$\Delta k_-=2k_4\,; \tag{6.3.7б}$$

Ако се подбере такъв метаматериал, че показателят му на пречупване е нула за честота ω_4, тъй като $k_i=n\omega_i/c$, ще се постигне синхронизация на фазите и в права и в обратна посока. Реализация на такъв ефект е описана в [21], а на (Фигура 6.5) е показано сравнение между смесване на четири вълни в обикновен материал и метаматериал с показател $n_4=0$, за честота ω_4.



Фигура 6.5: Всеки източник излъчва кохерентно лъчение в двете посоки, което придобива фаза, пропорционална на показателя на пречупване, по време на движението си през средата. Ако процеса не е със синхронизирани фази, това води до деструктивна интерференция A) и C). При нулев показател на пречупване, излъчените вълни не придобиват фаза, което осигурява конструктивна интерференция и усилване на сигнала в двете посоки B) и D)[25].

7. Заключение

Настоящата дипломна работа се занимава с иновативни структури, идеята за които датира от близо век, но първата реализация е от преди десетина години. Метаматериалите предоставят недостижими с досегашните средства възможности, простиращи се не само в областта на физиката.

Бяха представени: идеите за възникването на метаматериалите, теоретичните основи и класификацията им, необичайни ефекти протичащи в тях, модели за изработката им, приложения и нелинейни метаматериали.

След запознаването със свойствата, теоретичните приложения и направления за развитие, интерес представляват конкретни измервания в областта. Вниманието и усилията на много научни екипи, в последните години, са съсредоточени в разработка на различни реализации на метаматериали или изменения в структурите, на готови такива, с цел постигане на уникални свойства и промяна в работна област към по-малки дължини на вълната (видимия диапазон).

Безспорно едни от най-очакваните приложения на метаматериалите са суперлещите и т.нар. невидимости (cloaking). Първите биха дали тласък на медицината, тъй като ще позволят преодоляване на дифракционния минимум и наблюдение на обекти с размери по-малки от дължината на вълната, вторите биха послужили най-вече на военното дело, а защо пък да не осъществят и мечтата на много хора за шапка невидимка.

8. Библиография

[1] N. et al Fang. Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens. *Science*, 308:534–537, 2005.

[2] J. Chen, Y. Wang, B. Jia, T. Geng, X. Li, L. Feng, W. Qian, B. Liang, X. Zhang, M. Gu, and S. Zhuang. Observation of the inverse doppler effect in negative-index materials at optical frequencies. *Nature Photonics*, 5:239–245, 2011.

[3] David Smith and Yaroslav Urzhumov. Metamaterials make physics seem like magic. *Comsol Multiphysics*, pages s–3–s–7, 2012.

[4] V. Shalaev. Engineering space for light with metamaterials. Purdue University, 2008.

[5] D. Smith, W. Padilla, D Vier, S. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letters*, 84(18):4184–4187, 2000.

[6] Wikipedia. History of metamaterials, 2015.

[7] H. Lamb. On group-velocity. *Proc. Lond. Math. Soc.*, 1:473–479, 1904.

[8] A. Schuster. *An Introduction to the Theory of Optics*. London, E. Arnold, 2 edition, 1909.

[9] H. Pocklington. Growth of a wave-group when the group-velocity is negative. *Nature*, 71:607–608, 1905.

[10] L. Mandel'shtam. Group velocity in a crystal lattice. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 15:475–478, 1945.

[11] V. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ. *Soviet Physics Uspekhi*, 10(4):509–514, 1968.

[12] J. Pendry, A. Holden, W. Stewart, and I. Youngs. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Phys. Rev. Lett.*, 76(25):4773–4776, 1996.

[13] D. Smith, W. Padilla, D. Vier, S. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letters*, 84(18):4184–4187, 2000.

[14] R. Fitzpatrick. *Classical Electromagnetism: An intermediate level*. The University of Texas in Austin, 2006.

[15] N. Hamdan. Derivation of the relativistic doppler effect from the lorentz force. *Apeiron*, 12(1), 2005.

[16] R. Rumpf. Metamaterials. EM Lab, 2014.

[17] Y. Dong and T. Itoh. Promising future of metamaterials. *IEEE Microwave Mag.*, 13(2):39–56, 2012.

[18] R. Shelby, D. Smith, and S. Schultz. Experimantal verification of negative index of refraction. *Science.*, 292(5514):77–79, 2001.

[19] D. Sievenpiper, L. Zhang, F. Broas, N. Alexopulos, and E. Yablonovitch. High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band. *IEEE Trans. Microwave Theory Technol. Lett.*, 47:2059–2074, 1999.

[20] R. Boyd. *Nonlinear optics.* Academic Press, 3 edition, 2007.

[21] H. Suchowski, K. O'Brien, Z. Wong, A. Salandrino, X. Yin, and X. Zhang. Phase-mismatch free nonlinear propagation in zero-index optical materials. *Science*, 342:2223–2226, 2013.